



Application of Lanchester Equations for Optimal Command Decision-Making under Real Wartime Conditions with a Defensive–Security Approach

Mohammad Saeed Alamdari

Ph.D. in Mathematics, Head of the Mathematical Modeling Department, Logistics Research Institute, National Defense University, Tehran, Iran

Email: m.s.alamdari69@gmail.com

Abstract

Mathematics, as the science of numbers, structures, and models, plays a crucial role in numerous aspects of military operations and strategies. It provides powerful tools for calculating the probability of success or failure in military operations and for determining the most effective methods of deploying forces and allocating resources. These tools enable military commanders to make informed and effective decisions. To assess the probability of success in military operations and to support optimal decision-making, mathematics draws upon statistical and probabilistic theories. These approaches make it possible to estimate the likelihood of achieving operational objectives by considering various factors such as military equipment, enemy positioning, and other external conditions. The analysis of past military engagements and empirical data allows for the statistical estimation of probability distributions and the forecasting of military events. Mathematics also plays a significant role in solving logistical challenges and resource allocation problems. Determining optimal troop movement routes and efficient resource distribution can be formulated as optimization problems. Lanchester equations provide mathematical models for analyzing and predicting the outcomes of wars based on the size and effectiveness of opposing forces. The linear and square-law Lanchester models are employed for different analytical contexts. The linear model is suitable for situations involving constant combat effectiveness, whereas the square-law model is appropriate for more complex scenarios in which the rate of attrition increases proportionally. These models assist analysts and military commanders in making more informed strategic decisions.

Keywords: War, Lanchester Equations, Military Operations, Mathematical Models, Optimization Analysis





آماد و فناوری دفاعی

سال نهم، شماره یکم (پیاپی ۲۹)، بهار ۱۴۰۵، صص. ۳۷-۶۴
تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۰/۰۵ - تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۱/۲۷

مقاله پژوهشی

به کارگیری معادلات لانچستر جهت اتخاذ تصمیمات بهینه فرماندهان در شرایط واقعی جنگ با رویکرد دفاعی - امنیتی

محمد سعید علمداری

دکتری ریاضی، دبیر گروه مدل سازی ریاضی، پژوهشکده آماد، دانشگاه عالی دفاع ملی، تهران، ایران

Email: m.s.alamdari69@gmail.com

چکیده

ریاضیات، به عنوان علم اعداد، ساختارها و مدل‌ها، نقش مهمی در بسیاری از جنبه‌های عملیات و استراتژی‌های نظامی ایفا می‌کند. ریاضیات ابزارهای قدرتمندی را در خصوص محاسبه احتمال موفقیت یا شکست عملیات نظامی، تعیین بهترین روش‌های استقرار نیروها و منابع در اختیار فرماندهان نظامی قرار می‌دهد تا تصمیمات آگاهانه و مؤثری اتخاذ کنند. ریاضیات، برای تعیین احتمال موفقیت عملیات نظامی و اتخاذ تصمیم بهینه، از نظریه آمار و احتمال استفاده می‌کند و این امکان را فراهم می‌کند تا احتمال دستیابی به هدف را با در نظر گرفتن عوامل مختلفی مانند تجهیزات نظامی، موقعیت دشمن و سایر شرایط خارجی تخمین بزنیم. تحلیل درگیری‌های نظامی گذشته و داده‌ها به ما این امکان را می‌دهد که توزیع‌های احتمالی را به صورت آماری تخمین زده و رویدادهای نظامی را پیش‌بینی کنیم. ریاضیات همچنین نقش مهمی در حل مشکلات لجستیکی و تخصیص منابع ایفا می‌کند. تعیین مسیر بهینه برای حرکت نیروها و تخصیص بهینه منابع، می‌تواند به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی فرمول‌بندی شود. معادلات لانچستر مدل‌هایی برای تحلیل و پیش‌بینی نتایج جنگ‌ها براساس تعداد و قدرت نیروها هستند. مدل‌های خطی و مربعی لانچستر برای تحلیل‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. مدل خطی برای موقعیت‌های با توانایی‌های ثابت و مدل مربعی برای تحلیل‌های پیچیده‌تر که در آن‌ها نرخ آسیب تصاعدی است، مناسب است. این مدل‌ها به تحلیل‌گران و فرماندهان نظامی کمک می‌کنند تا تصمیمات بهتری بگیرند.

کلیدواژه‌ها: جنگ، معادلات لانچستر، عملیات نظامی، مدل‌های ریاضی، تحلیل بهینه‌سازی

دانشگاه عالی دفاع ملی ♦ پژوهشکده آماد، فناوری دفاعی و عرصه‌های نوپدید / فصلنامه آماد و فناوری دفاعی



20.1001.1.28212606.1404.9.1.11.9

<https://amfad.sndu.ac.ir/> E-ISSN: 2980-8073



صحت مطالب بر عهده نویسنده مقاله است و بیانگر دیدگاه دانشگاه عالی دفاع ملی نیست.



مقدمه

در طول تاریخ، جنگ‌ها و درگیری‌های نظامی همواره نقش تعیین‌کننده‌ای در شکل‌گیری تاریخ کشورها و ملت‌ها داشته‌اند. از آنجاکه نتایج جنگ‌ها از عوامل متعددی مانند قدرت نظامی، استراتژی‌های به‌کاررفته و ویژگی‌های نیروها و حتی شرایط محیطی تأثیر می‌پذیرد، برای فرماندهان نظامی ضروری است که پیش‌بینی دقیقی از نتایج ممکن داشته باشند. در این راستا، استفاده از مدل‌های ریاضی و تحلیل‌های کمی به‌عنوان ابزاری برای شبیه‌سازی و تحلیل وضعیت‌های مختلف جنگی در جهت بهبود تصمیم‌گیری‌های استراتژیک، به‌شدت مورد توجه قرار گرفته است (Lanchester, 1916: 2-4).

یکی از مدل‌هایی که در این زمینه توسعه‌یافته است، «معادلات لانچستر»^۱ است. این معادلات که برای نخستین بار توسط فردریک لانچستر در دهه ۱۹۱۰ به‌منظور تحلیل نبردهای هوایی توسعه یافت، به بررسی تعاملات نیروها در نبردهای نظامی پرداخته و به فرماندهان این امکان را می‌دهد که اثرات مختلف تغییرات تعداد و قدرت نیروها را در شرایط نبرد پیش‌بینی کنند. این مدل‌ها با توجه به پارامترهایی مانند تعداد نیروهای هر طرف، میزان آسیب‌های وارد شده، سرعت و دقت در حملات و دفاع‌ها، به تحلیل رفتار نیروها در میدان نبرد پرداخته و نتایج مختلفی از نبردها را شبیه‌سازی می‌کنند (Kress, 2019).

معادلات لانچستر به‌طور کلی به دو دسته اصلی تقسیم می‌شوند:

۱. معادله لانچستر برای نبردهای هوایی: این مدل براساس اصول ساده‌ای همچون تعداد و سرعت حملات هواپیماها و میزان آسیب‌پذیری آن‌ها از ضربات دشمن استوار است. لانچستر این معادلات را برای تحلیل نبردهای هوایی در جنگ جهانی اول توسعه داد. این معادلات نشان می‌دهند که در شرایط مشابه، نیروی هوایی با تعداد بیشتر می‌تواند به‌راحتی نیروی هوایی دیگر را از بین ببرد (Lanchester, 1916: 2-4).

۲. معادله لانچستر برای نبردهای زمینی: این مدل پیچیده‌تر از مدل هوایی است و از تعامل نیروهای زمینی در مواجهه با یکدیگر در نبردهای مستقیم به‌ویژه نبردهای متقابل (دو طرف

1. Lanchar's Equations



در برابر یکدیگر) استفاده می‌کند. این معادلات شامل میزان آسیب‌های متقابل، استراتژی‌های هجومی و دفاعی و همچنین نحوه تخصیص منابع به نیروهای مختلف هستند. معادله‌ای که به این منظور استفاده می‌شود معمولاً براساس الگوهای غیرخطی است که رفتار جنگ‌ها را به‌طور دقیق‌تری مدل می‌کند (Kress, 2010).

در تحلیل‌های نظامی معاصر، معادلات لانچستر به چندین شکل کاربرد دارند که از جمله مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱. شبیه‌سازی و پیش‌بینی نتایج نبردها: معادلات لانچستر می‌توانند به‌عنوان ابزاری برای پیش‌بینی نتایج نبردهای مختلف براساس پارامترهای اولیه‌ای همچون تعداد و توان رزمی نیروهای مختلف، میزان قدرت دفاعی، سرعت واکنش و استراتژی‌های انتخابی به‌کار روند. از این طریق، می‌توان به تحلیل وضعیت‌های مختلف پرداخته و تصمیمات استراتژیک بهتری اتخاذ کرد (Kress, 2019).

۲. مدیریت منابع و تخصیص نیروها: یکی دیگر از کاربردهای معادلات لانچستر در راهبرد نظامی، کمک به فرماندهان برای تخصیص منابع و نیروها به بهترین نحو ممکن است. این معادلات به تحلیل این موضوع می‌پردازند که برای حداکثر کردن احتمال پیروزی در نبرد، باید چگونه نیروها و منابع در واحدهای مختلف توزیع شوند (Hill, 1971).

۳. تحلیل نبردهای نامتقارن: در دنیای مدرن، بسیاری از جنگ‌ها به‌صورت نامتقارن و بین نیروهای با توانمندی‌های مختلف انجام می‌شود. معادلات لانچستر به‌ویژه در این نوع نبردها کاربرد دارند، جایی که یک طرف ممکن است از نظر تعداد نیروهای کمتری نسبت به طرف دیگر داشته باشد اما از نظر تکنولوژی، راهبرد یا تسلیحات برتری داشته باشد. در چنین شرایطی، این معادلات می‌توانند به تحلیل نحوه عملکرد و شبیه‌سازی اثرات مختلف نسبت‌های قدرت کمک کنند (Wein, 2008: 210-218).

۴. پیش‌بینی تأثیرات استراتژی‌های مختلف: معادلات لانچستر می‌توانند در تحلیل و پیش‌بینی تأثیر استراتژی‌های مختلف جنگی مانند حملات گسترده، جنگ‌های متحرک یا دفاع از موقعیت‌ها مؤثر باشند. این مدل‌ها کمک می‌کنند تا مشخص شود که چه استراتژی‌هایی

بیشتر به پیروزی منتهی می‌شود و در کدام شرایط، تغییرات استراتژیک می‌تواند نتیجه بهتری داشته باشد.

معادلات لانچستر ابزاری مهم در تحلیل‌های اولیه و طراحی استراتژی‌های کلی به شمار می‌روند و با استفاده از داده‌های دقیق و به‌روز، به فرماندهان در فرایند تصمیم‌گیری کمک می‌کنند (Kress, 2010).

کاربرد قوانین لانچستر که بر پایه مدل‌ها و معادلات ریاضی استوار است، تجزیه و تحلیل نظام‌مند تعامل بین طرف‌های درگیر را فراهم می‌کند. این تحلیل عواملی مانند تعداد، اثربخشی و سایر متغیرها را در نظر گرفته و امکان پیش‌بینی احتمال موفقیت هر طرف، شناسایی عوامل حیاتی و تصمیمات استراتژیکی که می‌توانند بر نتیجه درگیری تأثیر بگذارند را فراهم می‌کند. با توجه به پیچیدگی و غیرقابل پیش‌بینی بودن درگیری‌های مسلحانه، کاربرد قوانین ریاضی لانچستر رویکردهای علمی و قابل‌اعتمادی برای تحلیل و تصمیم‌گیری استراتژیک ارائه می‌دهد. این موضوع به‌ویژه در تعیین کارایی استفاده از منابع، پیش‌بینی سناریوهای ممکن درگیری و محاسبه استراتژی‌های بهینه مفید است.

کاربرد قوانین لانچستر برای اهداف نظامی می‌تواند به درک بهتر پویایی‌ها و پیامدهای درگیری‌های مسلحانه کمک کند. این امر می‌تواند به استراتژیست‌های نظامی، سیاست‌گذاران و تحلیل‌گران کمک کند تا تصمیمات آگاهانه‌تری اتخاذ کنند و استفاده بهینه‌تری از منابع در عملیات نظامی داشته باشند (Lanchester, 1916: 2-4).

جنگ‌ها و درگیری‌های نظامی همواره با پیچیدگی‌های فراوانی همراه بوده‌اند. این پیچیدگی‌ها به دلیل تعداد عوامل مختلفی است که بر نتایج جنگ‌ها تأثیر می‌گذارند، از جمله تعداد و قدرت نیروها و ویژگی‌های فیزیکی و جغرافیایی محیط، فناوری‌های موجود، استراتژی‌های انتخابی و حتی تأثیرات روانی بر نیروهای انسانی. از این‌رو، فرماندهان و تحلیل‌گران نظامی همواره به دنبال روش‌هایی بوده‌اند که بتوانند با استفاده از آن‌ها، پیچیدگی‌های نبرد را مدل‌سازی کرده و به پیش‌بینی نتایج جنگ‌ها بپردازند (Kress, 2010).



یکی از مهم‌ترین و قدیمی‌ترین ابزارهایی که برای تحلیل نبردها و شبیه‌سازی شرایط جنگی به کار گرفته شده است، قوانین ریاضی لانچستر است. این قوانین در ابتدا توسط فردریک لانچستر در دهه ۱۹۱۰ میلادی برای تحلیل نبردهای هوایی توسعه یافتند و بعدها به تحلیل و مدل‌سازی نبردهای زمینی نیز گسترش یافتند. قوانین لانچستر به‌طور کلی به تحلیل نیروهای متقابل در میدان جنگ می‌پردازند و به فرماندهان کمک می‌کنند تا براساس تعداد نیروها، قدرت دفاعی و حملات مختلف، نتایج احتمالی نبرد را پیش‌بینی کنند (Kress, 2019).
 باین‌حال، استفاده از معادلات لانچستر به‌عنوان یک ابزار تحلیلی در راهبرد نظامی دارای چالش‌ها و محدودیت‌هایی است که استفاده بهینه از آن‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد. از جمله این چالش‌ها می‌توان به ساده‌سازی‌هایی اشاره کرد که در مدل‌های اولیه لانچستر وجود دارند و در دنیای جنگ‌های پیچیده و چندبعدی امروزی، ممکن است نتایج آن‌ها دقیق و قابل‌اعتماد نباشند و در بیشتر موارد این مدل‌ها قادر به مدل‌سازی دقیق عوامل نیستند (Wein, 2008).

برای از بین بردن این محدودیت‌ها، در بخش ۶ مقاله مدل پیچیده‌تری از معادلات لانچستر آورده شده که در آن عوامل اثرگذار بر روحیه نیروها از قبیل تلفات، پیروزی یا شکست بررسی شده است.

مسئله اصلی این تحقیق این است که چگونه می‌توان از قوانین ریاضی لانچستر به‌طور مؤثر در طراحی استراتژی‌های نظامی استفاده کرد و درعین‌حال، محدودیت‌ها و چالش‌های آن‌ها را در شرایط جنگی واقعی شناسایی و رفع کرد. هدف این تحقیق، بررسی کاربرد قوانین لانچستر در تحلیل‌های نظامی و همچنین ارزیابی نقاط قوت و ضعف آن‌ها در شبیه‌سازی و پیش‌بینی نتایج نبردهای مختلف است. این تحقیق به دنبال یافتن راه‌حلی برای بهبود دقت پیش‌بینی‌ها و استفاده از این معادلات در کنار دیگر ابزارهای تحلیلی به‌منظور بهبود فرایندهای تصمیم‌گیری در استراتژی‌های نظامی است.

در نهایت، پاسخ به این مسئله می‌تواند کمک بزرگی به تحلیلگران نظامی و فرماندهان در برنامه‌ریزی و اجرای عملیات مختلف جنگی باشد و آن‌ها را قادر سازد تا تصمیمات استراتژیک بهتری اتخاذ کنند.

در مورد صورت انجام این پژوهش می‌توان گفت: در دنیای امروز با پیچیده‌تر شدن درگیری‌ها و جنگ‌های نظامی، نیاز به ابزارهای تحلیلی پیشرفته برای پیش‌بینی، برنامه‌ریزی و بهینه‌سازی استراتژی‌های نظامی بیش از پیش احساس می‌شود. قوانین ریاضی لانچستر به‌عنوان یکی از ابزارهای مؤثر در مدل‌سازی و تحلیل جنگ‌ها شناخته می‌شوند.

هدف این مقاله ترویج درک و آگاهی از اهمیت تحلیل ریاضی رابطه بین نیروها و کارایی عملیات نظامی و گسترش دانش درباره کاربرد قوانین لانچستر برای تحلیل نتایج احتمالی درگیری‌های مسلحانه است.

اهمیت و ضرورت به‌کارگیری معادلات لانچستر برای اتخاذ تصمیمات بهینه فرماندهان در شرایط واقعی جنگ به شرح زیر است:

۱. تحلیل کمی نیروها: معادلات لانچستر، از طریق مدل‌سازی ریاضی، امکان تحلیل کمی تعداد نیروها، میزان تأثیرگذاری سلاح‌ها و کارایی استراتژی‌های مختلف را فراهم می‌کنند. این معادلات به فرماندهان اجازه می‌دهند تا به‌جای تکیه صرف بر تجربیات کیفی، تصمیمات خود را براساس داده‌های کمی و مدل‌های ریاضی اتخاذ کنند.

۲. پیش‌بینی نتایج نبرد: یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های قوانین لانچستر، توانایی پیش‌بینی نتایج احتمالی نبرد براساس متغیرهای مختلف (مانند تعداد نیروها و قدرت شلیک) است. این پیش‌بینی‌ها می‌توانند به فرماندهان کمک کنند تا منابع خود را بهینه تخصیص دهند و از شکست‌های احتمالی جلوگیری کنند.

۳. برنامه‌ریزی استراتژیک: قوانین لانچستر به‌عنوان یک ابزار تحلیلی می‌توانند در طراحی و بهبود استراتژی‌های نظامی نقش اساسی ایفا کنند. با استفاده از این قوانین، فرماندهان می‌توانند «سناریوهای»^۱ مختلف جنگی را شبیه‌سازی کرده و بهترین تاکتیک‌ها را برای مقابله با دشمن انتخاب کنند.

۴. قابلیت انطباق با جنگ‌های مدرن: درحالی‌که معادلات لانچستر در ابتدا برای نبردهای متعارف طراحی شده بودند، تحقیقات جدید نشان داده‌اند که این معادلات با توسعه و



- اصلاحات مناسب می‌توانند برای تحلیل جنگ‌های مدرن از جمله جنگ‌های نامتقارن، جنگ‌های هوایی و حتی جنگ‌های سایبری به کار گرفته شوند.
۵. پشتیبانی از تصمیم‌گیری: در شرایط جنگی، تصمیم‌گیری سریع و دقیق اهمیت حیاتی دارد. قوانین لانچستر می‌توانند به عنوان یک ابزار تصمیم‌گیری به فرماندهان کمک کنند تا با بررسی داده‌ها و نتایج شبیه‌سازی، تصمیماتی مبتنی بر شواهد بگیرند.
۶. کاهش هزینه‌ها و تلفات: با استفاده از مدل‌های لانچستر، امکان ارزیابی دقیق‌تر از نیاز به نیروها و منابع فراهم می‌شود. این امر می‌تواند به کاهش هزینه‌های جنگی و تلفات انسانی منجر شود، زیرا استراتژی‌ها بر اساس شبیه‌سازی‌های دقیق طراحی می‌شوند.
۷. ایجاد رویکرد علمی در تحلیل نظامی: استفاده از قوانین ریاضی لانچستر به ایجاد یک رویکرد علمی و «سیستماتیک»^۱ در تحلیل‌های نظامی کمک می‌کند. این امر باعث می‌شود که تصمیم‌گیری‌ها از حالت سنتی و تجربی خارج شده و مبتنی بر داده‌ها و تحلیل‌های علمی باشد.
۸. تسهیل آموزش و شبیه‌سازی: این قوانین می‌توانند به عنوان ابزارهای آموزشی برای تربیت فرماندهان نظامی به کار روند. شبیه‌سازی‌های مبتنی بر معادلات لانچستر، درک عمیق‌تری از پویایی‌های نبردها به فرماندهان و تحلیلگران ارائه می‌دهد.
۹. ارتباط با دیگر حوزه‌های علمی: معادلات لانچستر قابلیت پیوند با حوزه‌های دیگر مانند هوش مصنوعی، تحلیل داده و یادگیری ماشینی را دارند. این ارتباط می‌تواند در توسعه مدل‌های پیشرفته‌تر برای تحلیل جنگ‌های آینده نقش داشته باشد.

۱. پیشینه پژوهش

بر اساس نتایج مطالعات، این معادلات ابتدا توسط فردریک لانچستر در اوایل قرن بیستم توسعه یافتند و از آن زمان به عنوان ابزاری مهم در تحلیل و پیش‌بینی نتایج جنگ‌ها و درگیری‌های

نظامی استفاده شده‌اند (Lanchester, 1916: 2-4). در اینجا به برخی از مهم‌ترین تحقیقات و کاربردهای معادلات لانچستر پرداخته می‌شود:

تحقیقات اولیه لانچستر (۱۹۱۶): فردریک لانچستر برای نخستین بار معادلات خود را در کتاب «تئوری قدرت نظامی»^۱ معرفی کرد. این معادلات در ابتدا برای تحلیل نبردهای هوایی به کار رفتند، به‌ویژه در جنگ جهانی اول و مفهوم قدرت جنگی را براساس تعداد هواپیماها و سرعت شلیک آن‌ها مطرح کردند. در این تحقیق، لانچستر به این نتیجه رسید که در نبردهای هوایی، برتری عددی نیروهای هوایی یک کشور می‌تواند تأثیر زیادی در نتیجه جنگ داشته باشد (Lanchester, 1916).

توسعه مدل‌های لانچستر: تحقیقات بعدی معادلات لانچستر را گسترش دادند. یکی از پیشرفت‌های عمده در این زمینه، معرفی مدل‌های خطی و مربعی بود. مدل خطی براساس فرضیات ساده‌تری استوار است و برای شرایطی کاربرد دارد که تلفات نیروها به‌طور خطی با تعداد دشمن مرتبط باشد. مدل مربعی که پیچیده‌تر است، به‌ویژه برای تحلیل نبردهای زمینی کاربرد دارد و فرض می‌کند که تلفات نیروها به‌طور تصاعدی با تعداد نیروهای دشمن افزایش می‌یابد (Davis, 2018).

استفاده از معادلات لانچستر در جنگ‌های معاصر: در دهه‌های اخیر، محققان از معادلات لانچستر برای شبیه‌سازی و تحلیل جنگ‌های معاصر استفاده کرده‌اند. برای مثال، پژوهش‌هایی که در زمینه جنگ‌های عراق و افغانستان انجام شد، نشان دادند که مدل‌های لانچستر می‌توانند در تحلیل تعادل نیروهای درگیر در نبردهای مدرن و پیش‌بینی نتایج جنگ‌ها مفید باشند. این مطالعات اغلب با ترکیب مدل‌های لانچستر با دیگر مدل‌های تحلیل سیستم‌ها یا شبیه‌سازی‌های کامپیوتری به‌منظور درک دقیق‌تر وضعیت‌های پیچیده جنگی انجام شده است (Tolk et al., 2017).

تحقیقات در زمینه توسعه و بهبود معادلات لانچستر: محققان برای بهبود دقت و تطابق این مدل‌ها با واقعیت‌های جنگی، به بررسی جنبه‌های مختلفی مانند «تکنولوژی‌های»^۲ نوین،

1. Theory of Military Power
2. Technologies



استراتژی‌های جدید جنگی و تأثیرات جنگ‌های نامتقارن پرداخته‌اند. برای مثال، پژوهش‌هایی در زمینه تأثیر فناوری‌های جدید مانند پهپادها و سیستم‌های دفاعی هوایی به این معادلات افزوده شده است. همچنین، برخی از محققان به اصلاح فرضیات اولیه این مدل‌ها پرداخته‌اند تا آن‌ها را برای شرایط جنگ‌های غیرخطی و پیچیده‌تر مناسب‌تر سازند (Kress, 2019).

کاربرد در مدل‌سازی نبردهای تجاری و رقابتی: معادلات لانچستر تنها به تحلیل جنگ‌های نظامی محدود نمی‌شوند، بلکه در تحلیل رقابت‌های تجاری نیز به کار می‌روند. در این زمینه، تحقیقاتی صورت گرفته است که از معادلات لانچستر برای تحلیل رقابت‌های بازار و پیش‌بینی رفتار رقبا استفاده کرده‌اند. این کاربردها معمولاً در زمینه مدل‌سازی قدرت رقابتی شرکت‌ها و تحلیل تأثیرات تغییرات در تعداد و کیفیت محصولات رقبا صورت می‌گیرد (Hill, 1971).

۲. تحلیل پژوهش‌های مرتبط

قوانین لانچستر و ایده‌های مرتبط با کاربرد آن‌ها در درگیری‌های نظامی توسط تعدادی از پژوهشگران مورد بررسی قرار گرفته است. اگرچه فناوری و تاکتیک‌های جنگی از زمان جنگ جهانی اول به طور قابل توجهی تغییر کرده‌اند، قوانین لانچستر همچنان می‌توانند برای تحلیل و درک برخی از جنبه‌های جنگ مفید باشند. قوانین لانچستر اصول کلی مانند تمرکز نیروها، تعامل بین نیروها و کاهش قدرت آتش را برجسته می‌کنند. این اصول، صرف‌نظر از سلاح‌ها و فناوری‌های خاص مورد استفاده، همچنان مرتبط هستند (Davis, 1971).

قوانین لانچستر می‌توانند به تحلیل و پیش‌بینی سناریوهای مختلف میدان جنگ و نتایج ممکن آن‌ها کمک کنند. این امر می‌تواند در برنامه‌ریزی عملیات نظامی و تصمیم‌گیری‌های استراتژیک مفید باشد (Kress, 2019). فرمول‌بندی‌ها و ایده‌های اصلی در مورد کاربرد قوانین لانچستر در درگیری‌های نظامی توسط دانشمندانی نظیر «فردریک لانچستر»^۱، «رابرت هیل»^۲،

1. Frederick Lanchester
2. Robert Hill

«پل دیویس»^۱، «ریچارد اوردور»^۲ و «جان فدلر»^۳ برجسته شده است. فردریک لانچستر، مهندس و ریاضی دان انگلیسی، اولین بار قانون لانچستر را توسعه داد؛ او در سال ۱۹۱۶ کتابی با عنوان هواپیما در جنگ: طلوع نیروی چهارم منتشر کرد. در این کتاب، او نظریه‌ای را مطرح کرد که نیروهای طرف‌های درگیر در یک درگیری با مربع تعداد آن‌ها متناسب است (Lanchester, 1916).

رابرت هیل، به‌نوبه خود، مفاهیم لانچستر را در اثر خود با عنوان نظریه ریاضی جنگ مطالعه و گسترش داد. در این کتاب، او جنبه‌های ریاضی جنگ و استفاده از مدل‌های ریاضی برای تحلیل استراتژی‌ها و تاکتیک‌های نظامی را بررسی کرده است. پل دیویس نیز به مطالعه کاربرد قوانین لانچستر در درگیری‌های نظامی مدرن ادامه داد. اثر او با عنوان معادلات لانچستر - گذشته، حال و آینده به‌طور مفصل استفاده از مدل‌های لانچستر در تحلیل و راهبرد نظامی را بررسی می‌کند (Hill, 1950).

این کتاب، معادلات لانچستر را به‌عنوان ابزاری نظری برای تحلیل و مدل‌سازی درگیری‌های نظامی به‌کار می‌گیرد. قوانین لانچستر تعامل بین نیروهای دشمن را در یک موقعیت جنگی مورد توجه قرار می‌دهند و تعیین می‌کنند که چگونه عوامل مختلفی مانند تعداد نیروها و سلاح‌ها بر نتیجه نظامی تأثیر می‌گذارند. این کتاب بررسی می‌کند که چگونه معادلات لانچستر می‌توانند در درگیری‌های نظامی مدرن با در نظر گرفتن فناوری‌ها، تاکتیک‌ها و ابزارهای معاصر مورد استفاده قرار گیرند. این موضوع برای تحلیل‌گران و استراتژیست‌هایی که به دنبال درک و پیش‌بینی نتایج عملیات نظامی با توجه به واقعیت‌های مدرن هستند، مفید است (Tolk et al., 2017).

کاربرد قوانین لانچستر برای تحلیل جنگ‌های جاری می‌تواند به مطالعه و درک پویایی‌های درگیری‌ها، شناسایی مزایا و معایب استراتژیک و توسعه استراتژی‌ها و تاکتیک‌های منطقی برای دستیابی به اهداف نظامی کمک کند بنابراین پژوهشگران با به‌کارگیری قوانین لانچستر

-
1. Paul Davis
 2. Richard Ordor
 3. John Fiedler



و در نظر گرفتن عوامل و پیچیدگی‌های مختلف درگیری‌های نظامی در جهت تحلیل ریاضی و پیش‌بینی نتایج کمک‌کننده هستند (Blythe et al., 2021). در مرحله کنونی جنگ، جایی که درگیری‌های نظامی پیچیده‌تر و گسترده‌تر می‌شوند، استفاده از ریاضیات بخش جدایی‌ناپذیر از برنامه‌ریزی استراتژیک و تصمیم‌گیری است. این امکان را فراهم می‌کند تا جنبه‌های مختلف عملیات نظامی تحلیل، پیش‌بینی و بهینه‌سازی شوند، استفاده بهینه‌تر از منابع تضمین شود و خطر خطا کاهش یابد (Wein, 2008: 210-218).

ابتدا، مدل‌ها و روش‌های ریاضی به ما اجازه می‌دهند وضعیت را تحلیل و توسعه رویدادها را پیش‌بینی کنیم. استفاده از ریاضیات در تحلیل نظامی کمک می‌کند تا احتمال موفقیت عملیات نظامی درک شود، استراتژی‌های بهینه تعیین شود و نتایج احتمالی ارزیابی شوند (Hill, 1971). این موضوع پایه محکمی برای فرماندهی جهت اتخاذ تصمیمات مهم نظامی فراهم می‌کند.

ریاضیات در تعیین استفاده بهینه از منابع ضروری است. با بهینه‌سازی توزیع نیروهای نظامی، تسلیحات، تجهیزات و سایر منابع، حداکثر کارایی در میدان جنگ تضمین می‌شود. روش‌های ریاضی کمک می‌کنند تا تعداد و استقرار بهینه واحدهای نظامی تعیین شود و منابع لازم بین آن‌ها تخصیص یابد (Kress, 2010). علاوه بر این، استفاده از ریاضیات در عملیات نظامی به ما امکان می‌دهد آسیب‌پذیری‌های دشمن از جمله لجستیک، ارتباطات و استقرار نیروهای آن را شناسایی و تحلیل کنیم. این موضوع به توسعه استراتژی‌هایی منجر می‌شود که به‌طور مؤثر این نقاط ضعف را بهره‌برداری کرده و درگیری را به نفع خود سوق دهند (Blythe. et.al, 2021).

بیاید وضعیتی را در نظر بگیریم که نیاز به پیش‌بینی این موضوع است که آیا امکان حمله به دشمن وجود دارد یا باید عقب‌نشینی کرد تا روز دیگری بجنگیم. ما وضعیتی داریم که در آن دشمن دو برابر نیروهای طرف مقابل است؛ اما از لحاظ آموزش نظامی بسیار ضعیف‌تر است. سؤال اصلی این است که آیا ریاضیات می‌تواند نتیجه چنین نبردی را پیش‌بینی کند و کمک کند در چنین وضعیتی چه تصمیمی اتخاذ شود.

مدل‌های ریاضی ابزارهای مفیدی برای تحلیل موقعیت‌های واقعی هستند. آن‌ها کمک می‌کنند فرایندهای پیچیده ساده شوند و نتایج احتمالی محاسبه شوند. اولین گام در به‌کارگیری یک مدل ریاضی خوب برای هر سامانه این است که فرایندهای اساسی که سامانه را به‌کار می‌اندازند، درک شود (Szechtman. et.al, 2022). در این مورد، کل سامانه یک نبرد است و تعامل اصلی جنگ بین سربازان فردی است (Feidler, 1995).

برای سادگی، فرض کنیم هر سرباز در خط مقدم فقط با سرباز مخالف خود مبارزه می‌کند و زمانی که یکی پیروز می‌شود، بازنده فوراً توسط یک سرباز دیگر از آن ارتش جایگزین می‌شود. این موضوع یک خط مقدم ایستا بین ارتش‌ها ایجاد می‌کند. بنابراین، سربازانی که دورتر از خط مقدم قرار دارند، در واقع تا زمانی که به این خط نرسند، در هیچ نبردی شرکت نمی‌کنند. این جزئیات کوچک بسیار مهم است.

دو پارامتر جدید α و β که برای تعیین میزان آموزش و تسلیح هر ارتش نیاز هستند را اضافه می‌نماییم. α نشان‌دهنده میزان اثربخشی هر سرباز در شکست دادن دشمن است، جایی که مقدار ۱ به این معنی است که هر سرباز در خط یک دشمن را در هر واحد زمان شکست می‌دهد و مقدار ۰ به معنی عدم اثربخشی است. β نیز نشان‌دهنده همین موضوع دشمن است. این پارامترها به عوامل مختلفی بستگی دارند. از آنجاکه نیروها در طول نبرد خسته می‌شوند، پارامترها تا حدی به زمان بستگی خواهند داشت و اگر روحیه سربازان را در نظر بگیریم، احتمالاً به اندازه ارتش خودی و ارتش دشمن نیز بستگی دارد. برای سادگی، فرض کنیم که پارامترهای α و β ثابت هستند. این یکی از فرضیات اصلی برای ساده‌سازی مدل خواهد بود.

اکنون می‌توانیم از این ثابت‌ها برای ساختن یک معادله دیفرانسیل که تغییرات اندازه هر ارتش را در طول زمان توصیف می‌کند، استفاده کنیم. از نماد $A(t)$ برای نشان دادن اندازه یک ارتش و از نماد $B(t)$ برای نشان دادن اندازه دشمن در یک زمان معین استفاده کنیم. نرخ تغییر اندازه ارتش به صورت $\frac{dA}{dt}$ نشان داده می‌شود.



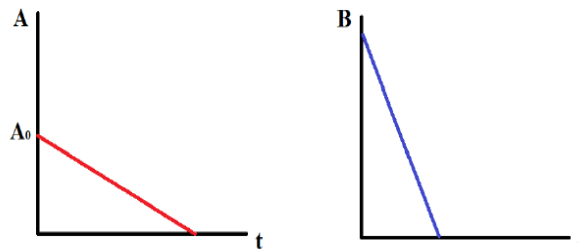
تعداد سربازان از دست رفته در هر واحد زمان باید برابر با تعداد سربازان دشمن حمله کننده به آن ارتش ضرب در اثربخشی آن سربازان باشد که تعداد سربازان شکست خورده در هر واحد زمان است. بنابراین:

$$\frac{dA}{dt} = -\beta N, \quad (1)$$

که در آن N تعداد سربازان دشمن در خط مقدم است. ما از علامت منفی استفاده می کنیم زیرا نیروهای خودی را از دست می دهیم و نه این که آن ها را به دست آوریم. برای دشمن، معادله مشابهی با ضریب α به دست می آوریم:

$$\frac{dB}{dt} = -\alpha N, \quad (2)$$

از آنجا که هر دو ارتش در هر زمان تعداد سربازان یکسانی در خط مقدم دارند، N در این دو معادله یکسان است. مهم است که توجه داشته باشیم که هر دو ارتش با نرخ ثابتی کاهش می یابند. این موضوع به قانون خطی لانچستر معروف است زیرا اگر هر ارتش را براساس زمان ترسیم کنیم، روند حاصل یک خط مستقیم است. گرادیان این خط متناسب با اثربخشی سربازان دشمن است و نقطه ای که هر خط محور مختصات را قطع می کند، اندازه اولیه هر ارتش را نشان می دهد.



شکل ۱: تصویر قانون خطی لانچستر

شکل (۱)، نمودار قانون خطی لانچستر که براساس تعداد سربازان هر ارتش استوار است را نشان می دهد. در این حالت، قدرت جنگی هر ارتش به طور مستقیم با تعداد سربازان آن نسبت دارد. یعنی اگر ارتش A دارای تعداد سربازان بیشتری از ارتش B باشد، ارتش A با

احتمال بیشتری پیروز خواهد شد و این رابطه به صورت خطی است. در این مدل، هر ارتش قدرت جنگی برابر با تعداد سربازان خود دارد و هیچ گونه تأثیر مربعی در قدرت جنگی دیده نمی شود. بنابراین، حتی اگر تفاوت زیادی در تعداد سربازان وجود نداشته باشد، قدرت جنگی ارتش ها به نسبت یکسان تغییر می کند.

فرض کنید که هر دو ارتش آماده اند تا به جنگ ادامه دهند تا جایی که یکی از آنها به طور کامل نابود شود. ارتشی که زودتر نابود شود، بازنده خواهد بود، بنابراین خط نمایانگر تعداد نیروهای آن زودتر به صفر خواهد رسید. می دانیم که ارتش دشمن دو برابر بزرگتر از ارتش مقابل است: $B_0 = 2A_0$ ، بنابراین برای پیروزی، سربازان باید بیش از دو برابر مؤثرتر از دشمن باشند. می توانیم این نتیجه را به صورت جبری به دست آوریم. معادلات (۱) و (۲) را بر یکدیگر تقسیم می کنیم:

$$\frac{\frac{dA}{dt}}{\frac{dB}{dt}} = \frac{\beta}{\alpha} \quad (3)$$

با انتگرال گیری از معادله (۳)، به رابطه (۴) می رسیم:

$$\int_{A_0}^A \alpha dA = \int_{B_0}^B \beta dB \rightarrow \alpha(A - A_0) = \beta(B - B_0), \quad (4)$$

در اینجا A_0 و B_0 اندازه اولیه هر ارتش هستند.

از آنجایی که می دانیم برای پیروزی در نبرد به چه چیزی نیاز داریم، به دنبال شرایطی هستیم که در آن $A > 0$ و $B = 0$ در این شرایط دشمن نابود خواهد شد. حال، برای پیروزی ارتش A ، باید شرایطی را پیدا کنیم که در آن $A > 0$ و $B = 0$ باشد. در این شرایط، دشمن کاملاً نابود خواهد شد.

این مورد را به طور خاص برای این معادله (۴) در نظر بگیرید، دشمن نابود می شود اگر رابطه (۵) برقرار باشد:



$$\alpha A_0 > \beta B_0, \quad (5)$$

نتیجه حاصل از ضرب کارایی در اندازه ارتش αA_0 ، توان رزمی ارتش F_A است. ارتشی که مقدار این ضریب برای آن بیشتر باشد، برنده نبرد خواهد بود. مقایسه توان نیروها:

$$F_A > F_B \Rightarrow \text{ارتش A برنده می شود}$$

$$F_B > F_A \Rightarrow \text{ارتش B برنده می شود}$$

با توجه به این که دشمن دو برابر تعداد نیرو دارد ($B_0 = 2A_0$)، ارتش مقابل باید دو برابر کارآمدتر باشد ($\alpha = 2\beta$) تا توان رزمی برابر داشته باشند $\alpha A_0 = \beta B_0$. بنابراین، دشمن شکست خواهد خورد اگر هر سرباز ارتش A معادل سه سرباز دشمن مؤثر باشد ($\alpha = 3\beta$) به عبارت دیگر، اگر به ازای هر سرباز ارتش A، دو سرباز از ارتش B وجود داشته باشد اما هر سرباز ارتش A به اندازه سه نفر از ارتش B مؤثر باشد، آشکار است که نیروهای A پیروز خواهند شد.

قانون خطی لانچستر چنین سناریوهای ساده‌ای را توصیف می‌کند، جایی که تعداد سربازان در حال مبارزه در یک لحظه ثابت است، زیرا خط مقدم محدودیت‌هایی را ایجاد می‌کند که به ارتش B اجازه نمی‌دهد ارتش A را محاصره و شکست دهد. اگر به محاصره یک ارتش توسط دیگری بپردازیم، نتایج کم‌تر بدیهی خواهد بود.

حال به وضعیت زیر توجه کنید که در آن قانون مربعی لانچستر مورد استفاده قرار می‌گیرد. فرض کنید ارتش A شامل ۱۰۰۰ نفر از یک سطح صاف عبور می‌کند و ارتش B با ۲۰۰۰ نفر به سمت آن‌ها حرکت می‌کند. مجدداً، ارتش B دو برابر ارتش A نیرو دارد؛ اما سلاح‌های بهتری دارند که به آن‌ها اجازه می‌دهد با سه برابر سرعت دشمن پاسخ دهند که باز هم آن‌ها را سه برابر مؤثرتر می‌کند. با این شرایط، ارتش A شکست خواهد خورد. چرا؟ تفاوت کلیدی در زمین نبرد است. در یک میدان مستقیم، مبارزه تنها بین نیروهای خط مقدم انجام می‌شود، درحالی‌که سایر سربازان باید منتظر بمانند؛ اما در یک سطح صاف، محدودیتی وجود ندارد که نبرد را محدود کند و توانایی سربازان برای حمله از راه دور به این معنی است که هر

سرباز می‌تواند در هر لحظه به دشمن حمله کند و همچنین مورد حمله قرار گیرد. یعنی، برخلاف حالت قبل که هر سرباز منتظر نوبت خود بود، تمام ارتش A به صورت هم‌زمان با تمام ارتش B مبارزه می‌کند.

معادلاتی مشابه قبل تشکیل می‌دهیم که تغییر اندازه هر ارتش را در طول زمان توصیف می‌کند. همانند حالت مستقیم، نرخ کاهش هر ارتش برابر حاصل ضرب تعداد سربازان دشمن که هم‌زمان حمله می‌کنند در کارایی آن نیروها است.

$$\frac{dA}{dt} = -\beta B \quad \text{و} \quad \frac{dB}{dt} = -\alpha A, \quad (6)$$

در نتیجه، اندازه هر ارتش در طول زمان یک روند خطی را دنبال نمی‌کند. این پدیده دیگر روی نمودار به صورت یک خط مستقیم نشان داده نمی‌شود، زیرا شیب ثابت نیست. با ترکیب دوباره معادلات (۶) و انتگرال‌گیری، به معادله (۸) می‌رسیم:

$$\frac{\frac{dA}{dt}}{\frac{dB}{dt}} \rightarrow \frac{dA}{dB} = \frac{\beta B}{\alpha A}, \quad (7)$$

$$\int_{A_0}^A \alpha A \, dA = \int_{B_0}^B \beta B \, dB \rightarrow \alpha(A^2 - A_0^2) = \beta(B^2 - B_0^2), \quad (8)$$

ما می‌توانیم مربع تعداد سربازان هر ارتش را ببینیم. این قانون مربعات لانچستر است. بیابید شرایطی را که باید برای پیروزی ارتش A برآورده شود، بررسی کنیم. برای این که این اتفاق بیفتد، باید داشته باشیم $A > 0$ و $B = 0$ وقتی این محدودیت‌ها را در معادله قرار می‌دهیم، به محدودیت (۹) می‌رسیم:

$$\alpha A_0^2 > \beta B_0^2, \quad (9)$$

قدرت جنگی جدید ارتش $\alpha A_0^2 = F_A$ از آنجاکه مدل فرض می‌کند هر طرفی که مقدار بالاتری داشته باشد، برنده نبرد می‌شود، این تقریباً مشابه قدرت جنگی تعیین شده در حالت خطی است، با این تفاوت که حالا این مقدار مربع اندازه ارتش است. این به این معنی است که داشتن سربازان بیشتر شانس شما را برای پیروزی بسیار بیشتر می‌کند. به عنوان مثال، اگر



اندازه یک ارتش را دو برابر کنید، قدرت جنگی آن‌ها چهار برابر می‌شود. این دلیلی است که چرا ارتش A شکست خورد، زیرا مزیت عددی ارتش B به توان دو بیشتر از مزیت کارایی ارتش A بود:

$$\alpha A_0^2 \quad \beta B_0^2 \quad (B_0 = 2A_0)(\alpha = 3\beta)$$

$$3\beta A_0^2 \quad 4\beta A_0^2$$

$$F_A < F_B$$

برای نشان دادن قدرت قانون مربعات، فرض کنید که اگر دو طرف از نظر کارایی مشابه باشند؛ اما یکی در تعداد سربازان کمی مزیت داشته باشد، چه اتفاقی می‌افتد. فرض کنید ارتش C هزار نفر دارد و ارتش D هفتصد نفر. می‌توانیم فرض کنیم که ارتش C پیروز خواهد شد؛ اما بیشتر سربازان خود را در این مسیر از دست خواهد داد؛ اما به لطف قانون مربع، ارتش C واقعاً نبرد را با ۷۱۴ سرباز برنده می‌شود که همچنان بخش بزرگی از ارتش اصلی آن‌ها است:

$$\alpha(A^2 - A_0^2) = \alpha(B^2 - B_0^2)$$

(ما A را پیدا می‌کنیم چون $B = 0$ است)

$$A_0 = 1000 \quad \text{و} \quad B_0 = 700$$

$$A^2 = 1000^2 - 700^2$$

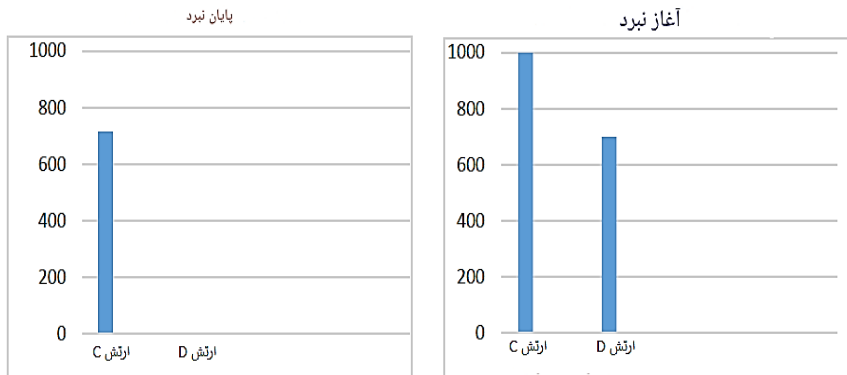
$$A = \sqrt{1000^2 - 700^2} = 714$$

چنین تفاوت کمی در تعداد سربازان تأثیر عظیمی بر این دارد که کدام ارتش پیروز می‌شود. در سطحی بنیادی، این به این دلیل است که قدرت حمله یک ارتش مستقیماً با اندازه آن متناسب است:

$$-\frac{dB}{dt} = \alpha A, \quad (10)$$

در شکل (۲)، با فرض این که کارایی دو ارتش یکسان است و تنها تفاوت در تعداد سربازان است، تأثیر این تفاوت در تعداد سربازان بر قدرت جنگی هر ارتش نشان داده می‌شود. قانون مربعات لانچستر بیان می‌کند که قدرت جنگی ارتش به مربع تعداد سربازان آن بستگی دارد. بنابراین، حتی تفاوت‌های کوچک در تعداد سربازان می‌تواند تأثیر زیادی بر نتیجه نبرد داشته باشد.

اگر تعداد سربازان ارتش A نسبت به ارتش B بیشتر باشد، قدرت جنگی ارتش A به مراتب بیشتر خواهد بود و حتی با فرض کارایی مشابه، ارتش با سربازان بیشتر شانس بیشتری برای پیروزی خواهد داشت.

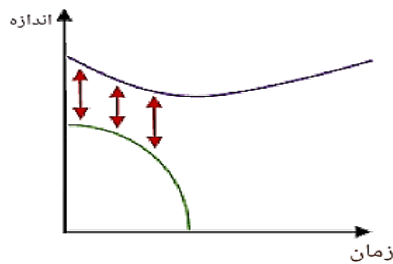


شکل ۲: نمودار قانون مربعات برای کارایی یکسان و تعداد مختلف سربازان

در ابتدای یک نبرد، نیروی بزرگ‌تر آسیب زیادی به نیروی کوچک‌تر وارد می‌کند، در حالی که نیروی کوچک‌تر آسیب کمتری وارد می‌کند، زیرا همان‌طور که قبلاً اشاره شد، قدرت حمله متناسب با تعداد افراد است (Kress, 2019). این به این معناست که نیروی کوچک‌تر تلفات بیشتری نسبت به نیروی بزرگ‌تر خواهد داشت که باعث افزایش تفاوت در تعداد افراد می‌شود. این فرایند بارها و بارها با تفاوت اندازه‌ها تکرار می‌شود و در نتیجه تفاوت در قدرت روزبه‌روز بزرگ‌تر می‌شود تا این که نیروی کوچک‌تر به طور کامل نابود شود.



هم‌زمان با کاهش توانایی نیروی کوچک‌تر در آسیب رساندن به نیروی بزرگ‌تر، نیروی بزرگ‌تر نیز توانایی خود را در آسیب رساندن به نیروی کوچک‌تر کاهش می‌دهد که باعث می‌شود عدم تعادل قدرت حتی بیشتر برجسته شود (Order, 1991). این اثر در نهایت با تفاوت اندازه کوچک در ابتدا ترکیب می‌شود و منجر به تفاوت اندازه بسیار بزرگ‌تر در ادامه می‌شود. در شکل (۳)، قانون مربعات لانچستر نشان داده می‌شود که در آن تأثیر تعداد سربازان بر قدرت جنگی ارتش‌ها به صورت مربعی محاسبه می‌شود. در این مدل، اگر تعداد سربازان یک ارتش بیشتر از دیگری باشد، قدرت جنگی آن به طور قابل توجهی بیشتر خواهد بود. تفاوت‌های کوچک در تعداد سربازان می‌تواند تأثیر زیادی بر نتیجه نبرد بگذارد. به عبارت دیگر، اگر یک ارتش تعداد بیشتری سرباز داشته باشد، قدرت جنگی آن به طور غیرخطی افزایش خواهد یافت و این افزایش در نهایت منجر به پیروزی قطعی آن ارتش می‌شود.



شکل ۳: نمودار قانون مربعات در اندازه و زمان‌های مختلف

تمام آنچه در بالا گفته شد نتیجه این است که هر سرباز می‌تواند فوراً با دشمن درگیر شود. مهندس انگلیسی، فردریش لانچستر، این معادلات را در سال ۱۹۱۶ و در طول جنگ جهانی اول زمانی که از سلاح‌های دوربرد استفاده می‌شد، ارائه داد. این مدل‌های ریاضی عمومی می‌توانند ایده‌ای کلی از آنچه احتمالاً رخ خواهد داد، به ما بدهند. هرچه فرضیات کمتری وجود داشته باشد، نتیجه قابل اعتمادتر است. این مدل‌ها همچنین کمک می‌کنند تا درک بهتری از اصول کلی حاکم بر موقعیت‌ها پیدا کنیم که در نهایت ابزاری بسیار ارزشمند است.

محاسبات ذکر شده می‌توانند برای تحلیل درگیری‌های نظامی مدرن، از جمله درگیری کنونی روسیه و اوکراین که برای کشور ما مرتبط است، به کار گرفته شوند. همان‌طور که قبلاً ذکر شد، قانون اول لانچستر که به‌عنوان قانون قدرت آتش نیز شناخته می‌شود، رابطه بین قدرت آتش دو طرف دشمن و تغییرات تعداد نیروهای آن‌ها در طول زمان را توصیف می‌کند. مدل ریاضی زیر می‌تواند برای درگیری روسیه و اوکراین در نظر گرفته شود:

فرض کنید $N1(t)$ تعداد واحدهای نظامی ارتش اوکراین در زمان t باشد و $N2(t)$ تعداد واحدهای نظامی ارتش روسیه در زمان t باشد. قدرت آتش ارتش اوکراین به‌صورت $F1(t)$ و قدرت آتش ارتش روسیه به‌صورت $F2(t)$ نمایش داده می‌شود. قانون قدرت آتش را می‌توان با فرمول (۱۱) بیان کرد:

$$\frac{dN1(t)}{dt} = -K2 * F2(t) \quad \text{و} \quad \frac{dN2(t)}{dt} = -K1 * F1(t) \quad (11)$$

که در آن $\frac{dN2(t)}{dt}$ و $\frac{dN1(t)}{dt}$ نرخ تغییرات تعداد واحدهای نظامی ارتش‌های اوکراین و روسیه نسبت به زمان t هستند، $K1$ و $K2$ ضرایب تناسبی هستند که تأثیر قدرت آتش دشمن را بر کاهش تعداد واحدهای نظامی نشان می‌دهند، $F1(t)$ و $F2(t)$ قدرت آتش ارتش‌های اوکراین و روسیه نسبت به زمان t هستند.

این معادلات نشان می‌دهند که تغییر در تعداد واحدهای نظامی هر طرف متناسب با قدرت آتش دشمن است. هرچه قدرت آتش دشمن بیشتر باشد، تعداد واحدهای نظامی دشمن سریع‌تر کاهش می‌یابد (Tolk, 2017).

این مدل ریاضی می‌تواند برای تحلیل و پیش‌بینی دینامیک تعداد نیروهای نظامی ارتش‌های اوکراین و روسیه در طول درگیری استفاده شود.

با تحلیل استنتاجات ریاضی قانون اول لانچستر برای درگیری روسیه و اوکراین و بدون در نظر گرفتن عوامل خارجی، می‌توان به مشاهدات زیر رسید:

۱. بسته به قدرت آتش هر طرف، تعداد نیروهای نظامی در طول زمان کاهش می‌یابد. هرچه قدرت آتش یک طرف بیشتر باشد، تعداد نیروهای دشمن سریع‌تر کاهش خواهد یافت.



۲. الگوهای وابستگی بین قدرت آتش و تغییرات تعداد نیروهای نظامی به ما این امکان را می‌دهند که روند کلی را پیش‌بینی کنیم. برای مثال، اگر قدرت آتش ارتش روسیه از قدرت آتش ارتش اوکراین بیشتر باشد، می‌توان انتظار داشت که تعداد نیروهای اوکراینی سریع‌تر از نیروهای روسی کاهش یابد.

۳. توزیع زمانی تغییرات در تعداد نیروهای نظامی ممکن است بسته به قدرت آتش طرفین نابرابر باشد. برای مثال، در طول درگیری‌های شدید، کاهش تعداد نیروها می‌تواند بیشتر از دوره‌های آرام باشد.

۳. توسعه و تحلیل ریاضی: تأثیر روحیه نیروها در مدل پیچیده لانچستر

روحیه $(M_A(t), M_B(t))$ نقش مهمی در نتایج نبردها ایفا می‌کند و می‌تواند بر نرخ تلفات و عملکرد کلی نیروها تأثیر بگذارند. در این بخش، با استفاده از یک مدل ریاضی توسعه‌یافته، تأثیر روحیه بر دینامیک نبردها تحلیل می‌شود. این مدل با افزودن عوامل مؤثر بر روحیه، همچون تلفات نیروها، پیروزی‌ها یا شکست‌ها واقع‌گرایانه‌تر شده است.

روحیه (M) یک ضریب تعدیل‌کننده در بازه $[0,1]$ است که بیانگر وضعیت روانی نیروها است:

$M = 1$ روحیه حداکثری (عملکرد ایدئال نیروها).

$M = 0$ روحیه کاملاً از دست‌رفته (عدم توانایی ادامه جنگ).

روحیه با ترکیب عوامل مختلفی محاسبه می‌شود:

الف. تأثیر تلفات:

$$\frac{L_A(t)}{A_0} \cdot A_\alpha - 1 = M_A(t) \quad (12)$$

که در آن:

$L_A(t)$: تعداد نیروهای از دست‌رفته، یعنی $A_t - A_0$

A_0 : تعداد اولیه نیروها

A_α : حساسیت نیروها به تلفات (بین ۰ و ۱).

ب. تأثیر پیروزی‌ها یا شکست‌ها:

$$\text{Victory } A_t \cdot A_\gamma + M_A(t_0) = M_A(t) \quad (13)$$

که در آن:

$\text{Victory } A_t$: در صورت پیروزی یک تابع مثبت و در صورت شکست یک تابع منفی است.

مدل نهایی روحیه

ترکیب تمام این عوامل، مدل نهایی روحیه را تشکیل می‌دهد:

$$\text{Victory } A_t \cdot A_\gamma + \left(\frac{L_A(t)}{A_0} \cdot A_\alpha - 1\right) = M_A(t) \quad (14)$$

مثال عددی: فرض کنید نیروهای نیروی A (مثلاً ارتش یک کشور) و نیروی B (مثلاً ارتش دشمن) در حال جنگ هستند. در این سناریو، می‌خواهیم تأثیر روحیه نیروی A را بر اساس پارامترهای مختلف بررسی کنیم. داده‌های اولیه به شرح زیر است:

تعداد اولیه نیروها A یعنی $A_0 = 1000$ نفر

تعداد فعلی نیروها A یعنی $A_t = 800$ نفر

تعداد ازدست‌رفته نیروها A یعنی $L_A(t) = 200$ نفر

حساسیت نیروهای A به تلفات $A_\alpha = 0.5$

پیروزی جزئی در نبرد $\text{Victory } A_t = 0.2$ (این مقدار یک ضریب بین ۰ و ۱ است)

تأثیر پیروزی‌ها بر روحیه $A_\gamma = 0.4$

محاسبه تأثیر تلفات بر روحیه:

ابتدا تأثیر تلفات بر روحیه نیروی A را محاسبه می‌کنیم. این تأثیر به وسیله معادله (۱۲)

محاسبه می‌شود که با جایگذاری مقادیر اولیه بالا خواهیم داشت:

$$M_A(t) = \left(\frac{200}{1000} \times 0.5\right) - 1 = (0.2 \times 0.5) - 1 = 0.1 - 1 = -0.9$$

پس از تلفات، روحیه نیروی A به ۰/۹ کاهش می‌یابد.



محاسبه تأثیر پیروزی‌ها یا شکست‌ها:

پیروزی‌ها و شکست‌ها می‌توانند تأثیر زیادی بر روحیه نیروها داشته باشند. در این مثال، به نیروی A یک پیروزی جزئی در میدان نبرد نسبت داده‌ایم. برای محاسبه این تأثیر، از معادله (۱۳) استفاده می‌کنیم که در آن مقدار اولیه روحیه است که پس از محاسبه تلفات به 0.9 رسیده است و با جایگذاری مقادیر اولیه بالا خواهیم داشت:

$$M_A(t) = (0.2 \times 0.4) + 0.9 = 0.08 + 0.9 = 0.98$$

پس از پیروزی جزئی، روحیه نیروی A به 0.98 افزایش می‌یابد.

این مثال عددی نشان می‌دهد که چگونه می‌توان با استفاده از مدل پیچیده ریاضی لانچستر و تحلیل روحیه نیروها، تأثیرات مختلف مانند تلفات و پیروزی‌ها را بر عملکرد نیروها در میدان نبرد محاسبه کرد و بنابراین با تنظیم پارامترهای مربوط به هر نیروی نظامی، می‌توان تحلیل‌های دقیقی از شرایط روانی و روحی نیروها انجام داد و پیش‌بینی‌های بهتری برای نتایج نبردها به دست آورد.

۴. نتیجه‌گیری و پیشنهاد

ریاضیات در تصمیم‌گیری استراتژیک، بهینه‌سازی منابع نظامی و تحلیل نتایج نبردها نقش مهمی دارد. این ابزار به توسعه استراتژی‌های مقابله با دشمن، پیش‌بینی سناریوهای مختلف و ارزیابی سلاح‌ها و فناوری‌ها کمک می‌کند و به اتخاذ تصمیمات آگاهانه و کاهش خطرات در عملیات نظامی می‌انجامد. معادلات لانچستر، یکی از ابزارهای اساسی در تحلیل نبردها، به شبیه‌سازی روند نبرد و انتخاب استراتژی‌های بهینه برای تخصیص منابع و نیروها کمک می‌کنند.

این مقاله به اهمیت معادلات لانچستر در طراحی استراتژی‌ها پرداخته و نشان داده که این قوانین، با وجود سادگی، قابلیت تطبیق با جنگ‌های مدرن را دارند. چالش‌هایی مانند عدم قطعیت، عوامل انسانی و پیچیدگی فناوری‌ها نیازمند تحقیقات بیشتر برای بهبود مدل‌ها هستند که در مقاله مدل پیچیده‌تری از معادلات لانچستر ارائه و در آن عوامل اثرگذار بر روحیه

نیروها از قبیل تلفات، پیروزی یا شکست بررسی شد. پیشنهادهای پژوهش به شرح زیر است:

- ✓ توسعه مدل‌های پیشرفته‌تر براساس معادلات لانچستر: طراحی و ارائه مدل‌هایی که بتوانند پویایی‌های پیچیده‌تر جنگ‌های مدرن، مانند نبردهای غیرمتقارن، جنگ‌های شهری یا حملات چندوجهی (زمینی، هوایی، دریایی) را شبیه‌سازی کنند.
- ✓ ۲. کاربرد هوش مصنوعی و یادگیری ماشینی در بهبود تحلیل‌های لانچستر: بررسی امکان ترکیب قوانین لانچستر با الگوریتم‌های یادگیری ماشینی و تحلیل داده برای شبیه‌سازی دقیق‌تر و بهینه‌سازی استراتژی‌های جنگی.
- ✓ مدل‌سازی جنگ‌های سایبری با استفاده از معادلات لانچستر: تحلیل و توسعه معادلات جدید یا اصلاح معادلات موجود برای کاربرد در سناریوهای جنگ سایبری، شامل حملات به زیرساخت‌های دیجیتال و شبکه‌های ارتباطی.
- ✓ تعمیم قوانین لانچستر به نیروهای ترکیبی و شبکه‌محور: بررسی تأثیر استفاده از نیروهای چندملیتی و هماهنگ‌شده با شبکه‌های ارتباطی پیشرفته و سناریوهایی که شامل همکاری‌های چندجانبه نظامی هستند.
- ✓ ارزیابی نقش فناوری‌های پیشرفته در تغییر نتایج مدل لانچستر: تحقیق در مورد تأثیر فناوری‌های نوین مانند پهپادها، سلاح‌های خودکار و هوشمند بر معادلات و نتایج مدل‌سازی لانچستر.
- ✓ تحلیل جنگ‌های گذشته و مقایسه با پیش‌بینی‌های لانچستر: استفاده از داده‌های تاریخی جنگ‌ها برای بررسی دقت پیش‌بینی‌های مدل‌های لانچستر و اصلاح مدل براساس یافته‌ها.
- ✓ کاربرد قوانین لانچستر در مدیریت بحران و دفاع داخلی: تحقیق درباره استفاده از این قوانین در سناریوهای مدیریت بحران، مانند درگیری‌های داخلی یا مقابله با تهدیدات تروریستی.



- ✓ بررسی اثرگذاری عوامل روان‌شناختی و فرهنگی در مدل‌های لانچستر: اضافه کردن متغیرهایی که نقش عوامل انسانی، از جمله روحیه نیروها، استقامت روانی و تأثیرات فرهنگی را در معادلات لانچستر شبیه‌سازی کنند.
- ✓ شبیه‌سازی در محیط‌های مجازی و بازی‌های جنگ: توسعه سیستم‌های شبیه‌سازی مبتنی بر قوانین لانچستر برای آموزش نیروها و ارزیابی استراتژی‌ها در محیط‌های مجازی.
- ✓ توسعه معادلات لانچستر برای جنگ‌هایی که چند سطح از نیروها به‌طور هم‌زمان درگیر هستند.

References

- Lanchester, F. W. (1916). Aircraft in warfare: The dawn of the fourth arm. Constable, 2-4.
- Davis, P. (2018). Lanchester equations: Past, present, future, 20.
- Wein, L. M. (2008). Mathematics in war. Notices of the American Mathematical Society, 210-218.
- Kress, M. (2010). The mathematics of conflict. Princeton University Press, 10.
- Tolk, A., Diallo, S. Y., Ryzhov, I. O., Yilmaz, L., & Ferris, M. (2017). Proceedings of the winter conference on modeling.
- Hill, R. J., & Davis, P. W. (1971). Introduction to operations research in military applications. John Wiley & Sons.
- Kress, M., & Tolk, A. (2019). Mathematical modeling of warfare and combat operations. Springer.
- Order, R. V. (1991). Applied mathematics: Body and soul: Vol. 1: Derivatives and geometry in IRn. Springer.
- Feidler, J. (1995). Introduction to mathematics for operations research. CRC Press.
- Blythe, P. T., & Giordano, F. (2021). Mathematical models and methods for military operations research. CRC Press.
- Szechtman, R., & Voss, S. (2022). Handbook of military and defense operations research. CRC Press.
- Schold, J. L., & Mittal, V. (2024). Applying the Lanchester equations to model conflicts involving tunnels. The Journal of Defense Modeling and Simulation. <https://doi.org/10.1177/15485129241305821>.
- Cangiotti, N., Capolli, M., & Sensi, M. (2021). A generalization of Lanchester's model of warfare. The Journal of Physics and Society. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2112.069730>.
- Hankin, R. K. S. (2024). Discrete Lanchester attrition models: The case of precautionary surrender. The Journal of Physics and Society. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.20740>.
- Ahern, R., Zuparic, M., Hoek, K., & Kalloniatis, A. (2023). Unifying warfighting functions in mathematical modelling: Combat, manoeuvre, and C2. The Journal of the Operational Research Society. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2301.09949>.
- Chung, D., & Jeong, B. (2024). Analyzing Russia-Ukraine war patterns based on Lanchester model using SINDy algorithm. Mathematics, 12(6), 851. <https://doi.org/10.3390/math12060851>.
- Hill, R. L. (1950). Mathematical theory of war, 10-12.