

مدل بندی و شبیه سازی انباشتگی آسیب در سلاح های رگباری

کامبیز احمدی^۱، محمدرضا خسروی^۲

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۵/۰۶

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۲۶

چکیده

به منظور تعیین احتمال انهدام هدف در تقابل سلاح و هدف، در نظر گرفتن پارامترهای احتمال اصابت گلوله به هدف و احتمال انهدام هدف به شرط اصابت گلوله از اهمیت خاصی برخوردار است. در این مقاله در راستای بحث ارزیابی آسیب پذیری هدف مسئله مدل بندی انباشتگی آسیب و تأثیر آن بر روی احتمال انهدام هدف مورد بررسی قرار می گیرد. تاکنون در بسیاری از مطالعات انجام شده در زمینه ارزیابی آسیب پذیری هدف، از دو مدل رایج هندسی و تابع پلکانی برای مدل بندی انباشتگی آسیب و محاسبه احتمال انهدام هدف به شرط اصابت گلوله استفاده شده است. به علت آنکه مدل های مذکور برای سادگی در محاسبات بر مبنای فرض های نه چندان منطقی نباشد، در واقعیت کاربرد چندانی ندارند. از این رو در این مقاله مدل جدیدی به نام مدل انباشتگی وایبول برای تعداد اصابت ها تا انهدام هدف معرفی می شود که اهمیت مسئله مدل بندی انباشتگی آسیب و اثر آن بر روی احتمال انهدام هدف در تیراندازی رگباری را به خوبی نشان می دهد.

واژه های کلیدی: انباشتگی آسیب، مدل وایبول، تیراندازی رگباری.

^۱ دکتری آمار (پژوهشگر - نخبه وظیفه)، نشانی (نویسنده مسئول): خراسان جنوبی، بیرجند، خیابان ارتش، پردیس شرکت های دانش بنیان، طبقه ۳، واحد ۳۰۳، تلفن: ۰۹۱۵۳۶۳۶۸۲۶، پست الکترونیکی: k.Ahmadi.6828@gmail.com

^۲ دکتری تحقیق در عملیات (استادیار)، محل خدمت: دانشگاه و پژوهشگاه عالی دفاع ملی و تحقیقات راهبردی، پست الکترونیکی: morekhosravi@gmail.com

مقدمه

در حوزه پژوهش عملیات نظامی، مطالعه سناریوهای دفاعی نقطه‌ای و منطقه‌ای اغلب به تحلیل میزان تأثیر سامانه توپخانه علیه اهداف زمینی یا هوایی نیاز دارد. به‌منظور مدل‌سازی و شبیه‌سازی تقابلات (درگیری) بین سلاح و هدف، ارزیابی آسیب‌پذیری هدف نیازمند به‌حساب آوردن انباشتگی آسیب با افزایش تعداد اصابت‌ها است. در این راستا می‌توان یک توزیع احتمال گسسته برای تعداد اصابت‌ها تا انهدام را به‌عنوان مدل انباشتگی آسیب فرض کرد و با در نظر گرفتن کارایی سامانه توپخانه (یعنی احتمال اصابت) و توزیع اصابت تا انهدام، میزان تأثیر پیش‌بینی شده (یعنی احتمال انهدام) علیه هدف راکمی‌سازی نمود. تعداد اصابت‌های موردنیاز برای تولید یک سطح بسنده از آسیب و دستیابی به انهدام هدف می‌تواند به‌عنوان یک متغیر تصادفی و یا یک متغیر قطعی در نظر گرفته شود. با مطالعه پژوهش‌های گذشته درمی‌یابیم در حالتی که تعداد اصابت‌ها تا انهدام هدف به‌وسیله یک متغیر تصادفی مشخصه‌سازی شده، فرض هندسی بودن توزیع احتمالی نیز در نظر گرفته شده است.

در مدل هندسی با پارامتر $p_{K|H}$ احتمال آن‌که هدف در r -امین اصابت بعد از زنده ماندن $(r-1)$ -امین اصابت، منهدم شود برابر با مقدار $p_{K|H}(1-p_{K|H})^{r-1}$ است. بنابراین تابع جرم احتمال توزیع تعداد اصابت‌ها تا انهدام برای مدل هندسی به‌صورت زیر است:

$$D_{\Delta}(r, p_{K|H}) = p_{K|H}(1-p_{K|H})^{r-1} \quad r = 1, 2, \dots$$

واضح است که در مدل هندسی، هر اصابت به هدف مستقل از اصابت‌های قبلی رفتار می‌کند. بنابراین احتمال انهدام هدف در هر اصابت، مقداری ثابت مانند $p_{K|H}$ است که در این حالت آسیبی که از اصابت‌های قبلی به وجود آمده است انباشته نمی‌شود. همچنین در اندکی از پژوهش‌های دیگر مدل انباشتگی، آسیب ساده‌ای که در آن تعداد اصابت‌ها تا انهدام هدف حالت قطعی دارند، به‌کاررفته است. منظور از قطعی بودن آن است که تعداد دقیق اصابت‌ها، مثلاً n تا، برای انهدام هدف لازم است. در این حالت تابع جرم احتمال توزیع تعداد اصابت‌ها تا انهدام برای مدل تابع پلکانی با تکیه‌گاه n ، به‌صورت زیر قابل‌نمایش است:

$$D_{\uparrow}(r, n) = \begin{cases} 1 & \text{if } r = n \\ 0 & \text{if } r \neq n \end{cases}$$

از این رو از مدل فوق به عنوان مدل تابع پلکانی نیز نام برده می شود.

دلایل دقیقی پیرامون ظهور این دو مدل (هندسی و تابع پلکانی) وجود ندارد اما از آنجایی که پیش از به وجود آمدن سیستم های محاسباتی پی شرفته و توان محاسباتی مدرن، دیدگاه های تحلیلی ساده برای آسان کاری محاسبات نسبت به دیدگاه های تحلیلی پیچیده ار جح بودند، به احتمال فراوان مدل های مذکور بر مبنای مقه ضیات زمانی طراحی شده اند. در این مقاله به وضوح نشان داده می شود که مدل های هندسی و تابع پلکانی در مواردی خلاف یکدیگر عمل می کنند و زمانی که برای یک انتخاب ارائه می شوند، کاملاً واضح نیست کدام یک بر دیگری ارجحیت دارد. این موضوع در وضعیت هایی که مدل های مذکور جواب های متفاوت معناداری برای میزان تاثیر پیش بینی شده تقابل سلاح-هدف حاصل می کنند، مسئله ساز است. از این رو در این مقاله مدل های جدیدی برای انباشتگی آسیب ارائه شده است تا از یک سو مدل های استاندارد هندسی و تابع پلکانی را شامل شوند و از سویی دیگر این مدل ها قابل انطباق به کلاس های مختلفی از انباشتگی آسیب باشند که به وسیله مدل های هندسی و تابع پلکانی به دست آورده نمی شوند. در واقع با تعریف مدل های جدید اهمیت انتخاب مدل مناسب انباشتگی آسیب برای تقابلات سلاح و هدف زمانی که میزان تاثیر پیش بینی شده وابستگی شدیدی به مکانیسم انباشتگی آسیب دارد، نشان داده می شود. لازم به ذکر است که در این مطالعه برخی از فرض های استاندارد در ارتباط با توزیع آماری تعداد اصابت های مورد نیاز برای انهدام هدف با گلوله هایی که از یک سلاح رگباری شلیک می شوند، بررسی خواهد شد (گلوله های مدنظر در پژوهش از نوع نفوذگرهای (غیر انفجاری) جنبشی است).

مرور پیشینه

تا به امروز از مدل تابع پلکانی به ندرت استفاده شده است در حالی که مدل هندسی در پژوهش های فنی نظامی، کتاب های مربوط به اثربخشی سامانه سلاح و مطالعات تحلیلی

آسیب‌پذیری هواپیما به صورت گسترده استفاده شده است (به نقل از چیر کوپ و کاجویان ۲۰۱۸). با توجه به آنکه در مدل تابع پلکانی، تعداد ثابت اصابت برای انهدام در تقابلات سلاح و هدف پیشنهاد می‌شود، لذا در مقایسه با مدل هندسی به نسبت کمتری به کارگیری شده است. به‌عنوان مثال، لوو همکاران (۲۰۰۹) با در نظر گرفتن مدل تابع پلکانی، در یک مطالعه *red teaming* اعداد مختلفی از تعداد اصابت‌ها برای انهدام خودروهای معرفی را ارائه دادند. جانگ (۱۹۸۷) در پژوهش خود و پرزیمزسکی (۲۰۰۰) در کتاب پژوهش عملیات نظامی کلاسیک، کاربردهای مختلفی از مدل هندسی را ارائه نمودند. این کاربردها، که در آن‌ها تقابل یک سلاح منفرد با هدف همگن فرض می‌شود، مربوط به کلاهک‌های جنگی با ما سوله‌های جنگی نقطه‌ای است. در رساله‌های تخصصی مختلفی از جمله لوید (۱۹۹۸)، مکفدزین (۱۹۹۲) و بین (۲۰۰۶) که در زمینه تقابل ترکش‌های آزادشده از مهمات انفجاری (با قدرت انفجاری بالا) با اهداف مختلف سخت و نرم مطالعه صورت گرفته است، مدل هندسی اتخاذ شده است. اخیراً چیرکوپ و کاجویان (۲۰۱۸) مدل جدیدی را برای تعداد اصابت‌ها تا انهدام (r)، به نام مدل انباشتگی آسیب گاما ارائه کردند. مدل‌ها نسبت به مدل‌های هندسی و تابع پلکانی از انعطاف‌پذیری بیشتری برخوردار است. یکی از ویژگی‌های مهم مدل انباشتگی آسیب گاما این است که با انتخاب پارامترهای مناسب مدل‌های هندسی و تابع پلکانی نیز قابل حصول هستند. مدل گاما برای تعداد اصابت‌ها تا انهدام به صورت

$$D_{\Gamma}(r; \alpha, \beta) = \frac{1}{\theta} I_{\alpha\beta}(x_{r-1}, x_r)$$

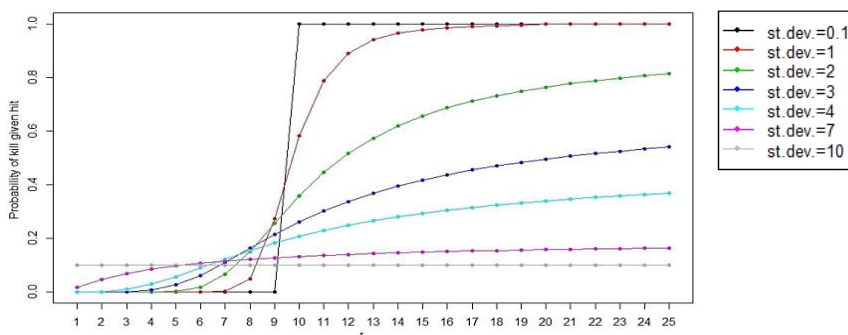
تعریف می‌شود که در آن $\theta = \beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)$ ، پارامتر شکل، β پارامتر مقیاس و

$$(1) I_{\alpha\beta}(a, b) = \int_a^b u^{\alpha-1} e^{-u/\beta} du, \quad x_r = -nr \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right), \quad r \in \mathbb{Z}^+$$

چیرکوپ و کاجویان (۲۰۱۸) بر مبنای ویژگی‌های ریاضی مدل‌ها و شبیه‌سازی‌های صورت گرفته نتایج زیر را به دست آوردند:

۱- اگر میانگین تعداد اصابت‌ها تا از هدام (μ) در مدل‌ها ثابت و از حراف معیار تعداد اصابت‌ها تا انهدام (σ) به سمت صفر میل کند، آنگاه مدل گاما تقریب خوبی برای مدل تابع پلکانی است. همچنین در صورت برابری میانگین تعداد اصابت‌ها با از حراف معیار در مدل گاما، مدل هندسی با پارامتر $p_{K|H} = 1/\mu$ برای تعداد اصابت‌ها تا انهدام حاصل خواهد شد.

۲- مدل گاما احتمال انهدام برای هر اصابت را با مکانیسم انباشتگی آسیب ترکیب می‌کند. به عبارت دیگر احتمال انهدام به شرط اصابت ($P_{K|H}$) ثابت نیست و با افزایش تعداد اصابت‌ها این احتمال افزایش می‌یابد. به عنوان مثال در شکل شماره ۱ نمودارهای احتمال انهدام به شرط اصابت در مقابل تعداد اصابت‌ها به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل‌ها رسم شده است (در شکل st.dev. معرف انحراف استاندارد است). میانگین توزیع گاما برای تمامی نمودارها برابر با ۱۰ و انحراف استاندارد در بازه [۰/۱, ۱۰] تغییر می‌کند. با توجه به شکل شماره ۱ مشاهده می‌شود که به ازای تمامی مقادیر انحراف استاندارد به جز $\sigma = ۱۰$ ، نمودارها صعودی هستند که بیانگر آن است، احتمال انهدام به شرط اصابت با افزایش تعداد اصابت‌ها افزایش می‌یابد و یا به اصطلاح از هر اصابت به اصابت دیگر با در نظر گرفتن مقدار آسیب انباشته شده مقدار $P_{K|H}$ افزایش می‌یابد. برای $\sigma = ۱۰$ ، در واقع مدل هندسی را خواهیم داشت از این رو احتمال انهدام به شرط اصابت مقداری ثابت و برابر با ۰/۱ برای هر اصابت است و به اصطلاح در این حالت انباشتگی آسیب وجود ندارد. در حالت $\sigma = ۰/۱$ ، مشاهده می‌شود که در ۹ اصابت اول انباشتگی آسیبی وجود ندارد اما در دهمین اصابت نمودار به شدت رشد می‌یابد و بعد از آن ثابت می‌شود. در این حالت نمودار تقریباً یک تابع پلکانی با میانگین ۱۰ است. به ازای دیگر مقادیر انحراف استاندارد انباشتگی‌های آسیب متفاوتی حاصل می‌شوند.



شکل شماره ۱. نمودارهای احتمال انهدام به شرط اصابت در مقابل تعداد اصابت‌ها به ازای مقادیر مختلف پارامترهای

مدل گاما

یافته‌های تحقیق

در این مقاله، مدل جدید دیگری به نام مدل انباشتگی آسیب و ایبول که بر مبنای نسخه تعدیل‌شده توزیع وایبول گسسته‌ای است که به وسیله ناگاکاوا و او ساکی (۱۹۷۵) معرفی شد، ارائه می‌شود. با در نظر گرفتن x_r تعریف‌شده در رابطه (۱)، مدل وایبول برای تعداد اصابت‌ها تا از n به صورت $D_w(r; \alpha, \beta) = J_{\alpha\beta}(x_{r-1}, x_r)$ تعریف می‌شود که در آن، α پارامتر شکل، β پارامتر مقیاس است و $J_{\alpha\beta}(a, b) = [e^{-(a/\beta)^\alpha} - e^{-(b/\beta)^\alpha}]$.

لازم به ذکر است که مدل وایبول مانند مدل گاما، نسبت به مدل‌های هندسی و تابع پلکانی از انعطاف‌پذیری بیشتری برخوردار است. بر مبنای ویژگی‌های ریاضی مدل وایبول می‌توان نشان داد، اگر میانگین تعداد اصابت‌ها تا انهدام (μ) عدد صحیح ثابت باشد و انحراف استاندارد تعداد اصابت‌ها (σ) به صفر میل کند آنگاه مدل وایبول تقریب خوبی برای مدل تابع پلکانی است. همچنین با قرار دادن $\sigma = \mu$ در مدل وایبول، مدل هندسی با پارامتر $p_{K|H} = 1/\mu$ برای تعداد اصابت‌ها تا انهدام حاصل خواهد شد. سرانجام به ازای $\sigma \in (0, \mu)$ مدل‌های میانجی (از جنس وایبول) برای تعداد اصابت‌ها تا انهدام نتیجه خواهند شد.

فرض کنید تابع احتمال انهدام به شرط اصابت برای r -امین اصابت با نماد $P_{K|H}(r; \alpha, \beta)$ نمایش داده شود که در آن α و β پارامترهای توزیع وایبول پیوسته هستند.

گزاره ۱: به ازای $r \in \mathbb{Z}^+$

$$D_w(r; \alpha, \beta) = P_{K|H}(r; \alpha, \beta) \prod_{i=0}^{r-1} [1 - P_{K|H}(i; \alpha, \beta)]$$

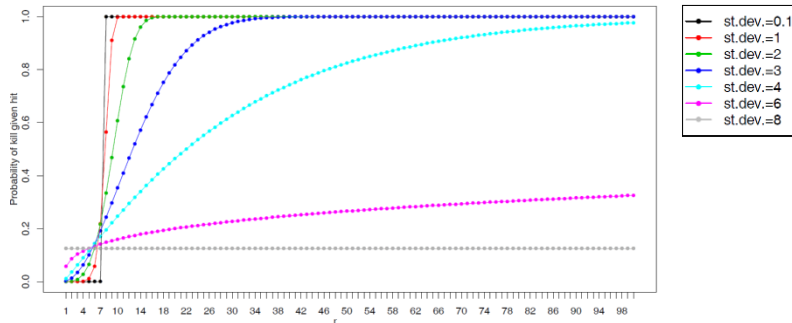
که در آن $P_{K|H}(0; \alpha, \beta) = 0$ و

$$P_{K|H}(r; \alpha, \beta) = \frac{J_{\alpha\beta}(x_{r-1}, x_r)}{1 - J_{\alpha\beta}(0, x_{r-1})}$$

گزاره ۲: به ازای $\alpha > 1$ و $\beta > 0$ تابع $P_{K|H}(r; \alpha, \beta)$ تابعی یکنواخت صعودی بر حسب r است.

با توجه به گزاره‌های ۱ و ۲ واضح است که مدل وایبول احتمال انهدام برای هر اصابت را با مکانیسم انباشتگی آسیب ترکیب می‌کند. به عبارت دیگر در مدل وایبول احتمال انهدام به شرط اصابت ثابت نیست و با افزایش تعداد اصابت‌ها این احتمال افزایش می‌یابد. بدین منظور در شکل شماره ۲، نمودارهای احتمال انهدام به شرط اصابت در مقابل تعداد اصابت‌ها به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل وایبول رسم شده است (در شکل *st.dev* معرف انحراف استاندارد است). میانگین توزیع وایبول برای تمامی نمودارها برابر با ۸ و انحراف استاندارد در بازه [۸, ۰/۱] تغییر می‌کند. با توجه به شکل شماره ۲ مشاهده می‌شود که به ازای تمامی مقادیر انحراف استاندارد به جز $\sigma = 8$ ، نمودارها صعودی هستند که بیانگر آن است احتمال انهدام به شرط اصابت با افزایش تعداد اصابت‌ها افزایش می‌یابد و یا به اصطلاح از هر اصابت به اصابت دیگر با در نظر گرفتن مقدار آسیب انباشته شده مقدار $P_{K|H}$ افزایش می‌یابد. برای $\sigma = 8$ ، در واقع مدل هندسی را خواهیم داشت از این رو احتمال انهدام به شرط اصابت مقداری ثابت و برابر با ۰/۱۲۵ برای هر اصابت است و در این حالت انباشتگی آسیب وجود ندارد. در حالت $\sigma = 0/1$ ، مشاهده می‌شود که در ۷ اصابت اول انباشتگی آسیبی وجود ندارد اما در هشتمین اصابت نمودار به شدت رشد می‌یابد و بعد از آن ثابت می‌شود. در این حالت نمودار تقریباً یک تابع پلکانی با میانگین ۸ است. به ازای دیگر مقادیر انحراف استاندارد انباشتگی‌های آسیب متفاوتی حاصل می‌شوند.

در ادامه نشان داده می‌شود که چگونه انباشتگی آسیب می‌تواند برای کمی‌سازی میزان تأثیر سیستم تیراندازی علیه هدف و یا برای اطلاع از میزان مصرف مهمات جهت دستیابی به سطح معینی از میزان تأثیر پیش‌بینی شده به کار رود.



شکل شماره ۲. نمودارهای احتمال انهدام به شرط اصابت در مقابل تعداد اصابت‌ها به ازای مقادیر مختلف پارامترهای مدل وایبول

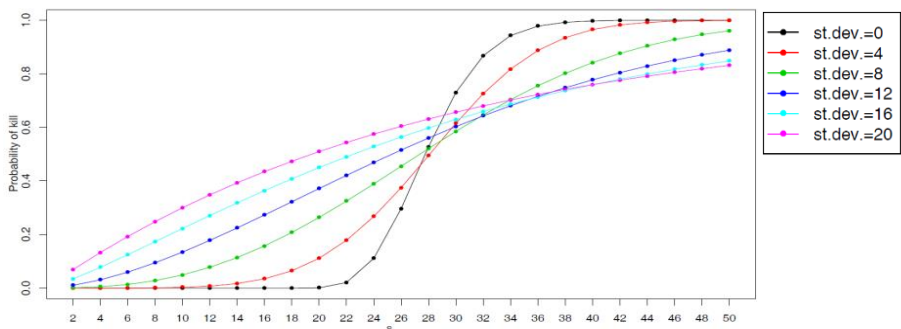
بدین منظور حالت تیراندازی رگباری با اندازه s در نظر گرفته شد. بر مبنای این حالت تیراندازی، یک چارچوب ریاضی کلی برای احتمال انهدام (P_{Kd}) به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$P_{Kd}(s; x) = \sum_{r=1}^s Q(r, s) D_d(r; x),$$

که در آن $D_d(r; x)$ تابع جرم احتمال مدل مورد نظر، $\mathcal{P}(r, s)$ معرف احتمال به دست آمدن دقیقاً r اصابت به هدف در یک تیراندازی رگباری با اندازه s است و $Q(r, s)$ نیز معرف احتمال رخداد پیشامد آنکه دقیقاً r اصابت به هدف به وسیله r تا s گلوله شلیک شده رخ دهد، است به عبارت دیگر $Q(r, s) = \sum_{k=r}^s \mathcal{P}(r-1, k-1) P_H(k)$. کشف اثر انباشتگی آسیب بر میزان تأثیر پیش‌بینی شده (احتمال انهدام) تقابل سلاح و هدف و به ویژه برای نشان دادن تفاوت میزان تأثیر تحت مدل‌های مختلف انباشتگی (تابع پدکانی، هندسی و وایبول) در رابطه با تعداد گلوله‌های شلیک شده (اندازه رگبار) و کارایی سامانه سلاح (احتمال اصابت)، از روش شبیه‌سازی استفاده شد. در مطالعه شبیه‌سازی فرض شد که در تقابل یک جفت سلاح و هدف در حالت تیراندازی رگباری، کارایی سامانه سلاح به وسیله

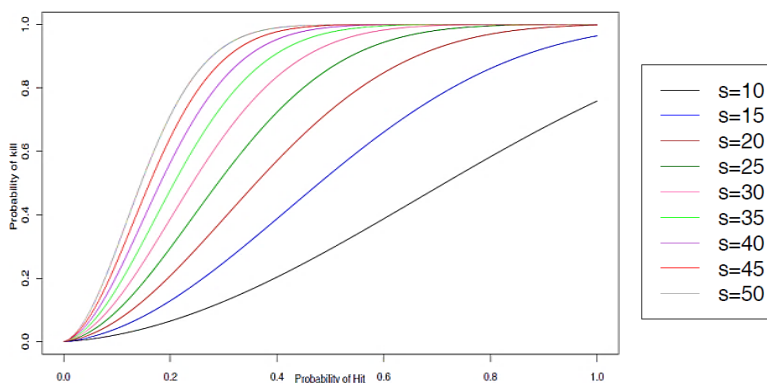
احتمال‌های اصابت ثابت $p = 0.7$ مشخصه سازی شود و میانگین تعداد اصابت‌ها تا از نهدام برای مدل وایبول برابر با $\mu = 20$ باشد. شکل شماره ۳، به ازای احتمال اصابت ثابت $p = 0.7$ چگونگی تغییرات میزان تأثیر بر مبنای تعداد گلوله‌های شلیک شده راز هانی که انحراف استاندارد از $\sigma \approx 0$ (مدل تابع پلکانی با میانگین $\mu = 20$) تا $\sigma \approx 20$ (مدل هندسی با میانگین $\mu = 20$) تغییر می‌کند، نشان می‌دهد. با توجه به شکل شماره ۳، واضح است که بین پیش‌بینی‌های تابع پلکانی و هندسی در حالتی که تعداد گلوله‌های شلیک شده کمتر از میانگین تعداد اصابت‌ها تا نهدام هستند، اختلاف معنی‌داری وجود دارد. در این حالت بیشترین اختلاف احتمال نهدام بین مدل‌های هندسی و تابع پلکانی در $S = 22$ رخ می‌دهد که مقدار آن به 0.5226 می‌رسد. نمودار متناظر با مدل تابع پلکانی بعد از آنکه تعداد گلوله‌های شلیک شده از میانگین تعداد اصابت‌ها تا نهدام تجاوز می‌کند، با یک رشد سریع روبرو است. در همسایگی $S = 30$ ، احتمال نهدام برای مدل‌های مختلف (هندسی، حالت‌های میانجی وایبول) تقریباً نزدیک به یکدیگر هستند. در حالتی که تعداد گلوله‌ها به $S = 34$ می‌رسد یک اختلاف آشکار بین مدل‌های تابع پلکانی و هندسی به میزان تقریباً 0.255 به وجود می‌آید.

همچنین در بخش دیگری از شبیه‌سازی، به ازای اندازه‌های مختلف تیراندازی رگباری، به بررسی رفتار تابع احتمال نهدام برای تقابل سلاح و هدف به‌عنوان تابعی از احتمال اصابت پرداخته شد. با فرض آنکه میانگین تعداد اصابت‌ها تا نهدام برای مدل وایبول برابر با $\mu = 8$ باشد، نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های تابع پلکانی و هندسی با مدل‌های میانجی انباشتگی آسیب وایبول مقایسه شدند.

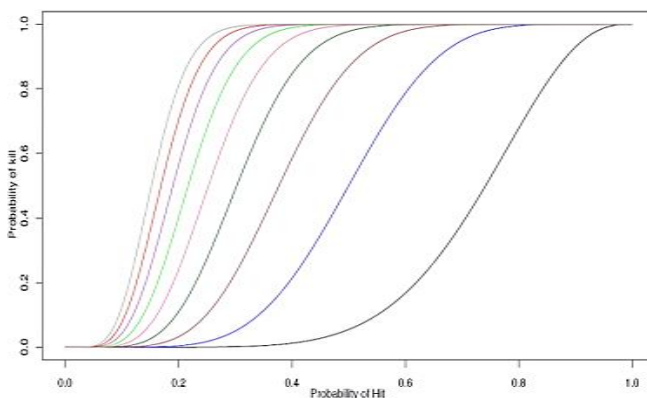


شکل شماره ۳. نمودارهای احتمال انهدام برای تیراندازی رگباری با اندازه s با احتمال اصابت $p = 0.7$ ، به ازای مقادیر مختلف انحراف استاندارد و میانگین تعداد اصابت تا انهدام ۲۰.

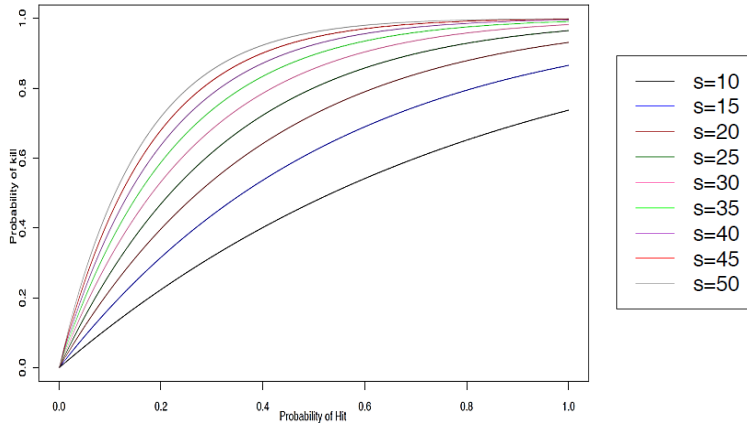
در شکل شماره ۴ حالت مدل تابع پلکانی ($\sigma \approx 0$) و در شکل ۶ حالت مدل هندسی ($\sigma = 8$) آمده است. همچنین مدل میانجی وایبول ($\sigma \approx 4$) نیز در شکل شماره ۵ ارائه شده است. با بررسی شکل‌های شماره ۴ تا ۶ مشاهده می‌شود که برای مقادیر کوچک s ، در حالتی که مقدار احتمال اصابت از کوچک تا متوسط تغییر می‌کند مدل تابع پلکانی نتایج متفاوتی را با مدل‌های میانجی وایبول و هندسی فراهم می‌کند. همچنین از سویی دیگر این سه مدل برای مقادیر بزرگ s در حالتی که مقدار احتمال اصابت از متوسط تا بزرگ تغییر می‌کند، مشابه هستند. این پدیده از لحاظ شهودی هم قابل انتظار بود.



شکل شماره ۴. نمودارهای احتمال انهدام در برابر احتمال اصابت برای تیراندازی رگباری با اندازه‌های مختلف و میانگین تعداد اصابت ۸ در مدل تابع پلکانی.



شکل شماره ۵. نمودارهای احتمال انهدام در برابر احتمال اصابت برای تیراندازی رگباری با اندازه‌های مختلف و میانگین تعداد اصابت ۸ در مدل میانجی وایبول.



شکل شماره ۶. نمودارهای احتمال انهدام در برابر احتمال اصابت برای تیراندازی رگباری با اندازه‌های مختلف و میانگین تعداد اصابت ۸ در مدل هندسی.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

مدل انباشتگی آسیب وایبول که در این مقاله معرفی شد، علاوه بر آنکه در حالت خاص شامل مدل‌های رایج هندسی و تابع پلکانی می‌شود، از انعطاف‌پذیری بیشتری نسبت به مدل‌های مذکور برخوردار است (به صورت مشروح در بخش یافته‌های تحقیق بیان شد).

همان‌گونه که مشاهده شد مدل وایبول برخلاف مدل‌های هندسی و تابع پلکانی احتمال انهدام هدف برای هر اصابت را با مکانیسم انباشتگی آسیب ترکیب می‌کند، لذا در صورتی که برمبنای آزمایش‌های میدانی برای سلاح رگباری معینی، توزیع تعداد اصابت‌ها تا انهدام هدف از مدل وایبول پیروی کند، نیاز است آسیب‌پذیری هدف (به‌وسیله سلاح موردنظر) برمبنای مدل وایبول ارزیابی شود. برمبنای شبیه‌سازی‌های انجام‌شده ملاحظه شد که انباشتگی آسیب کمیت بسیار مهمی برای کمی‌سازی میزان تأثیر سیستم تیراندازی علیه هدف است. علاوه بر آن به‌وضوح مشاهده شد که برمبنای مدل‌بندی انباشتگی آسیب می‌توان میزان مهمات لازم، جهت دستیابی به سطح معینی از میزان تأثیر پیش‌بینی‌شده سلاح رگباری علیه هدف را تعیین نمود. از این‌رو انجام پژوهش‌های بیشتر در زمینه مدل‌بندی انباشتگی آسیب برای سلاح‌های مختلف ضروری است.

- Chircop, P. A. and Kachoyan, P. J. (2018). Damage accumulation and probability of kill for gun and target engagements. *Naval Research Logistics*, 65(2), 160-175, DOI: 10.1002/nav.21784
- Driels, M. R. (2013). *Weaponering: Conventional Weapon System Effectiveness* (2nd ed.). Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- Jung, H. D. (1987). *A computer study of air defense gun effectiveness*. Monterey, CA: Naval Postgraduate School.
- Lloyd, R. M. (1998). *Conventional warhead systems physics and engineering design*. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.
- Low, M. Y. H., Chandramohan, M. and Choo, C. S. (2009). Application of multi-objective bee colony optimization algorithm to automated red teaming. In *Proceedings of the 2009 Winter Simulation Conference*, IEEE, 1798–1808.
- Macfadzean, R. H. M. (1992). *Surface-based air defense system analysis*. Boston: Artech House.
- Nakagawa, T. and Osaki, S. (1975). The discrete Weibull distribution. *IEEE Transaction Reliability*, R-24(5), 300–301.
- Payne, C. M. (2006). *Principles of naval weapon systems*. Annapolis, MD: Naval Institute Press.
- Przemieniecki, J. S. (2000). *Mathematical Methods in Defense Analyses*. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.

